Аналитический закон Мейкхема

Интенсивность смертности подчиняется закону Мейкхэма $\mu(t) = A + Bc^t$. Найдите вероятность того, что человек, точный возраст которого $x = 51$ год проживет ещё $t = 6$ лет, а затем умрет в следующие $u = 3$ года, если $A = 0{,}019;\ B = 0{,}01$ и $c = 1{,}011$.

Варианты ответов:

а) 0,086

б) 0,079

в) 0,072

г) 0,065

д) 0,058

Сумма баллов: 4

Решение

Искомая вероятность равна

$$ {}_{t|u}q_x = {}_tp_x\ {}_uq_{x+t} $$

Естественно,

$$ {}_tp_x = \frac{s(x+t)}{s(x)} \quad \text{и} \quad {}_uq_{x+t} = 1 - {}_up_{x+t} $$

Для заданного в условии закона смертности найдем функцию дожития $s(t)$

$$ s(t) = exp\left(-\int_0^t \mu(y)dy\right) \Rightarrow $$

Проинтегрируем, получим:

$$ s(t) = exp\left(-At - \frac{B}{\ln c}(c^t - 1)\right) $$

Поскольку $s(0) = 1$, то

$$ {}_tp_x = \frac{s(x+t)}{s(x)} = exp\left(-At - \frac{B}{ln\ c}c^x(c^t - 1)\right) $$

$$ {}_uq_{x+t} = 1 - {}_up_{x+t} = 1 - exp\left(-Au - \frac{B}{ln\ c}c^{x+t}(c^u - 1)\right) $$

Подставляя в эти формулы значения параметров из условия задачи, получим

$$ {}_6p_{51} = exp\left(-0{,}019 \cdot 6 - \frac{0{,}01}{\ln 1{,}011}\ 1{,}011^{51}\ (1{,}011^6 - 1)\right) = 0{,}80064 $$

$$ {}_3q_{51+6} = 1 - exp\left(-0{,}019 \cdot 3 - \frac{0{,}01}{\ln 1{,}011}\ 1{,}011^{51+6}\ (1{,}011^3 - 1)\right) = 0{,}10765 $$

$$ {}_{6|3}q_{51} = {}_6p_{51}\ {}_3q_{51+6} = 0{,}086 $$

Ответ: А

□