

## Модель Бюльмана

Приведенная ниже таблица содержит агрегатную годовую статистику убытков для трех типов рисков в течение периода 7 лет.

Суммарные убытки для риска  $i$  в году  $j$  обозначены  $X_{ij}$ :

Риск $i$	$\bar{X}_i = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 X_{ij}$	$S_i^2 = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^7 (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$
1	127,9	335,1
2	88,9	65,1
3	149,7	33,9

Вычислите сумму доверительных премий для двух первых рисков за минусом доверительной премии для третьего риска при предположениях эмпирической байесовской модели 1.

Варианты ответа:

- а) 47,3
- б) 72,1
- в) 68,3
- г) 78,3
- д) 66,8

Сумма баллов: 6

Решение.

Общее среднее вычисляется как

$$\bar{X} = \frac{127,9 + 88,9 + 149,7}{3} = 122,167$$

$$E[s^2(\theta)] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{6} \sum_{j=1}^7 (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \right) = \frac{335,1 + 65,1 + 33,9}{3} = 144,7$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[m(\theta)] &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (\bar{X}_i - \bar{X})^2 - \frac{1}{7} \sum_{i=1}^3 E[s^2(\theta)] = \\ &= \frac{(127,9 - 122,1)^2 + (88,9 - 122,1)^2 + (149,7 - 122,1)^2}{2} - \frac{144,7}{7} = 928,14 \end{aligned}$$

Доверительный множитель (параметр правдоподобия) вычисляется как:

$$Z = \frac{7}{7 + \frac{E[s^2(\theta)]}{\text{var}[m(\theta)]}} = \frac{7}{7 + \frac{144,7}{928,14}} = 0,978213$$

Доверительные премии для каждого риска:

$$\text{Риск 1: } 0,978213 \cdot 127,9 + (1 - 0,978213) 122,67 = 127,8$$

$$\text{Риск 2: } 0,978213 \cdot 88,9 + (1 - 0,978213) 122,67 = 89,6$$

$$\text{Риск 3: } 0,978213 \cdot 149,7 + (1 - 0,978213) 122,67 = 149,1$$

В ответе следует записать сумму для двух первых рисков за минусом третьего:

$$127,8 + 89,6 - 149,1 = 68,3$$

Ответ: В

[1-26-6]

□