

Вероятность суммарного иска, экспоненциальное распределение

Величина суммарного иска к страховой компании имеет вид $S = X_1 + X_2$, где случайные величины X_1 и X_2 независимы и распределены по экспоненциальным законам со средними значениями 120 и 80, соответственно.

Вычислите вероятность того, что суммарный иск по данному портфелю превысит 200.

Варианты ответа:

а) 0,36

б) 0,37

в) 0,38

г) 0,39

д) 0,40

Сумма баллов: 5

Решение

Исходя из условия имеем

$$\lambda_1 = \frac{1}{120} = 0,00833 \quad \text{и} \quad \lambda_2 = \frac{1}{80} = 0,0125$$

Вычислим вероятность $f_S(t)$ распределения случайной величины S .

Для этого найдем свертку:

$$\begin{aligned} f_S(t) &= f_{X_1} \cdot f_{X_2}(t) = \\ &= \int_0^t \lambda_1 e^{-\lambda_1(t-y)} \lambda_2 e^{-\lambda_2 y} dy = \\ &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}) \end{aligned}$$

Тогда вероятность того, что суммарный иск по данному портфелю превысит $M = 200$ вычисляется как

$$P(S \geq 200) = \int_M^{\infty} f_S(t) dt = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 M} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$P(S \geq 200) = \frac{0,00833 e^{-200 \cdot 0,0125} - 0,0125 e^{-200 \cdot 0,00833}}{\lambda_1 - \lambda_2} = 0,40258$$

Ответ: Д

[3-46-5]

□

□□□