

Пропорциональное перестрахование, перестраховщик

Страховая компания имеет портфель 10 000 полисов страхования зданий, покрывающих риск наводнения. Известно, что вероятность наводнения $p = 0,03$ одна и та же для всех зданий; по одному полису может быть не более одного убытка в год; риски для разных зданий независимы. Величина индивидуального убытка подчиняется нормальному распределению со средним 400 и стандартным отклонением 50.

Страховщик желает приобрести пропорциональное перестрахование с уровнем удержания α таким, чтобы вероятность того, что суммарные выплаты по портфелю превысят 120 000, была равна 1%.

Предполагая, что распределение суммарных годовых убытков может быть аппроксимировано нормальным, вычислите годовую премию перестраховщика при нагрузке к нетто-премии в размере 15%.

а) 14 564

б) 15 004

в) 15 788

г) 16 175

д) 16 284

Сумма баллов: 7

Решение

1. По условиям задачи годовое количество убытков в портфеле может быть моделировано биномиальным распределением $Bin(n, p)$ с $p = 0,03$ и $n = 10000$.

Обозначим индивидуальный убыток страховщика через X_i . В индивидуальной модели X_i независимы и одинаково распределены. Пусть убыток X_i наступает с вероятностью p , тогда мат. ожидание индивидуального убытка:

$$\mu = EX_i = E(\alpha X) = \alpha E(X) = 400 \alpha,$$

а его дисперсия

$$\sigma^2 = varX_i = var(\alpha X) = \alpha^2 Var(X) = (50\alpha)^2$$

Обозначим S суммарные выплаты

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

Тогда мат. ожидание суммарного убытка

$$\begin{aligned} E(S) &= np\mu = \\ &= 10\,000 \cdot 0,03 \cdot 400\alpha = 120\,000\alpha \end{aligned}$$

А его дисперсия -

$$\begin{aligned} var(S) &= n p \sigma^2 + np(1 - p)\mu^2 = \\ &= 10\,000 \cdot 0,03 \cdot (50\alpha)^2 + 10\,000 \cdot 0,03 \cdot 0,97 \cdot (400\alpha)^2 = \end{aligned}$$

$$= 47310000 \alpha^2 = (6878,23 \alpha)^2$$

Требуется выбрать α так, чтобы

$$P(Y > 120\,000) = 0,01$$

т.е. чтобы

$$P\left(N(0,1) > \frac{120\,000 - 120\,000 \alpha}{6878,23 \alpha}\right) = 0,01$$

По таблице находим

$$\frac{120\,000 - 120\,000 \alpha}{6878,23 \alpha} = 2,3263$$

Следовательно

$$\alpha = 0,8823 = 88,23\%.$$

2. Средняя величина убытка перестраховщика равна

$$(1 - 0,882) 400 = 47,20$$

Таким образом, годовая премия перестраховщика равна

$$10000 \cdot 0,03 \cdot 47,20(1 + 0,15) = 16\,284$$

Ответ: Д

[1-32-7]

□