Пропорциональное перестрахование, перестрахователь

Страховая компания имеет портфель 10 000 полисов страхования зданий, покрывающих риск наводнения. Известно, что вероятность наводнения $p = 0{,}03$ одна и та же для всех зданий; по одному полису может быть не более одного убытка в год; риски для разных зданий независимы. Величина индивидуального убытка подчиняется нормальному распределению со средним 400 и стандартным отклонением 50.

Страховщик желает приобрести пропорциональное перестрахование с уровнем удержания α таким, чтобы вероятность того, что суммарные выплаты по портфелю превысят 120 000, была равна 1%.

Предполагая, что распределение суммарных годовых убытков может быть аппроксимировано нормальным, вычислите α.

Варианты ответов:

а) 76,3%

б) 89,8%

в) 85,1%

г) 88,2%

д) 92,4%

Сумма баллов: 6

Решение. По условиям задачи годовое количество убытков в портфеле может быть моделировано биномиальным распределением $Bin(n,p)$ с $p = 0{,}03$ и $n = 10000$.

Обозначим индивидуальный убыток страховщика через X_i. В индивидуальной модели X_i независимы и одинаково распределены. Пусть убыток X_i наступает с вероятностью p, тогда мат. ожидание индивидуального убытка:

$$\mu = EX_i = E(\alpha X) = \alpha\, E(X) = 400\,\alpha,$$

а его дисперсия

$$\sigma^2 = varX_i = var(\alpha X) = \alpha^2\, Var(X) = (50\alpha)^2$$

Обозначим S суммарные выплаты

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

Тогда мат. ожидание суммарного убытка

$$E(S) = np\mu =$$

$$= 10\,000 \cdot 0{,}03 \cdot 400\alpha = 120\,000\alpha$$

А его дисперсия -

$$var(S) = n\,p\,\sigma^2 + np(1-p)\mu^2 =$$

$$= 10\,000 \cdot 0{,}03 \cdot (50\alpha)^2 + 10\,000 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}97 \cdot (400\alpha)^2 =$$

$$= 47310000\,\alpha^2 = (6878{,}23\,\alpha)^2$$

Требуется выбрать α так, чтобы

$$P(Y > 120\,000) = 0{,}01$$

т.е. чтобы

$$P\left(N(0,1) > \frac{120\,000 - 120\,000\,\alpha}{6878{,}23\,\alpha}\right) = 0{,}01$$

По таблице находим

$$\frac{120\,000 - 120\,000\,\alpha}{6878{,}23\,\alpha} = 2{,}3263$$

Следовательно

$$\alpha = 0{,}8823 = 88{,}23\%.$$

Ответ: Г
[1-31-6]
□