Гипотеза равномерного распределения смертей и гипотеза постоянной силы смертности между целочисленными возрастами

Пусть a – равномерное распределение смертей в течение года жизни, и b – постоянная сила смертности в течение каждого жизни. При этом

$$a = {}_{3,4|2,5}q_{60} \qquad b = {}_{3,4|2,5}q_{60}$$

Вычислите $100\,000\,(a-b)$, используя Актуарную иллюстративную таблицу смертности.

а) 0,9
б) 1,4
в) 3,5
г) 4,5
д) 6,3

Сумма баллов: 6

Решение

$${}_{n|m}q_x = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+m}}{l_x}$$

$${}_{3,4|2,5}q_{60} = \frac{l_{60+3,4} - l_{60+3,4+2,5}}{l_{60}} = \frac{l_{63,4} - l_{65,9}}{l_{60}}$$

Для гипотезы равномерного распределения смертей:

$$l_{x+u} = l_x(1-u) + u\, l_{x+1} =$$

$$l_{63,4} = l_{63}(1-0,4) + 0,4\, l_{63+1} =$$

$$l_{53,7} = 83\,492 \cdot 0,6 + 82\,436 \cdot 0,4 = 83\,070$$

$$l_{65,9} = 81\,262 \cdot 0,1 + 80\,050 \cdot 0,9 = 80\,171$$

$$a = {}_{3,4|2,5}q_{60} = \frac{l_{63,4} - l_{65,9}}{l_{60}} = \frac{83\,070 - 80\,171}{86\,316} = 0,033586$$

Для гипотезы постоянной силы смертности:

$$l_{63+0,4} = l_x\left(\frac{l_{x+1}}{l_x}\right)^u = (l_x)^{1-u} \cdot (l_{x+1})^u = (l_{63})^{1-0,4} \cdot (l_{64})^{0,4} =$$

$$= 83492^{0,6} \cdot 82436^{0,4} = 83\,068$$

$$l_{65,9} = (l_{65})^{1-0,9} \cdot (l_{694})^{0,9} =$$

$$= 81262^{0,1} \cdot 80050^{0,9} = 80\,170$$

$$b = {}_{3,4|2,5}q_{60} = \frac{l_{63,4} - l_{65,9}}{l_{60}} = \frac{61\,977,2 - 34305,9}{99\,999} = 0,033574$$

Теперь ответим на вопрос задачи:

$$100\,000(a-b)=100\,000(0{,}033586-0{,}033574)=0{,}9$$

Ответ: A

[1-17-6]

II способ.

$${}_{t|u}q_x={}_tp_x\ {}_uq_{x+t}=\frac{l_{x+t}}{l_x}\,\frac{d_{x+t+u}}{l_{x+t}}$$

□