

Логнормальное распределение

Ущерб X имеет логарифмически нормальное распределение с параметрами $\mu = 6$, $\sigma = 0,3$. Величина ущерба измеряется в тысячах рублей.

Какова вероятность того, что требование по произвольно взятому договору не превысит 170 тыс. руб.?

Варианты ответа:

а) 0,00063

б) 0,00178

в) 0,00210

г) 0,00315

д) 0,00478

Сумма баллов: 2

Решение:

Для нашего случая:

$$P(-\infty < X < 170) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\ln 170 - EX}{\sigma}\right)$$

Для значений $\mu = 6$, $\sigma = 0,3$, вычислим математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины X :

$$EX = e^{6 + \frac{1}{2} \cdot 0,3^2} = 414,285 \text{ тыс. руб.}$$

Дисперсия равна

$$DX = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) = e^{2 \cdot 6 + 0,3^2} (e^{0,3^2} - 1) = 16111,77$$

$$\sqrt{DX} = \sqrt{16111,77} = 126,93$$

Таким образом,

$$P(X < 170) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\ln 170 - 414,285}{126,93}\right) = 0,5 + \Phi(-3,22342) =$$

Поскольку в таблице нормального распределения отрицательных аргументов нет, то, пользуясь свойствами функции Φ можно записать, что

$$= \Phi(-3,22342) = 0,5 - \Phi(3,22342) = 0,5 - 0,99936$$

Итого:

$$P(X < 170) = 0,5 + \Phi(-3,22342) = 0,5 + 0,5 - 0,99936 = 0,00064$$

Проверим в Excel:

$$P(X < 170) = \text{ЛОГНОРМ. РАСП}(170; 414,285; 172,28; 1) = 0,000633$$

Ответ: А

□